۴۱- گزینه ۴ صحیح است.

چون تابع f تابع خطی است پس $f(x)=ax+b$ در نتیجه :

$$۲f(۲)+f(۴)=۲(۲a+b)+۴a+b=۸a+۳b=۲۱ \qquad (۱)$$
$$f(-۳)-f(۱)=(-۳a+b)-(a+b)=-۴a=-۱۶ \rightarrow a=۴$$

با جایگذاری مقدار a در تساوی (۱) به دست می آید . $b=-\frac{۱۱}{۳}$

پس $f(\frac{۱}{۴})=۱-\frac{۱۱}{۳}=-\frac{۸}{۳}\ ,\ f(x)=۴x-\frac{۱۱}{۳}$

در نتیجه $\frac{۱}{۳}f(\frac{۱}{۴})=-\frac{۸}{۹}$

۴۲- گزینه ۴ صحیح است.

برعکس مراحل مذکور را روی $y=-x^۲$ انجام می دهیم . تا تابع اولیه به دست آید.

$$\xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}} y=-x^۲-۳ \xrightarrow{\text{۲واحد به راست}} -(x-۲)^۲-۳ \rightarrow -(x^۲-۴x+۴)-۳ \rightarrow y=-x^۲+۴x-۷$$

۴۳- گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به شکل ،نمودار تابع $g(x)=(x-a)^۲+b$ در بازه $(-\infty\ ,۱]$ از روی تابع $y=x^۲$ ، با انتقال ۲ واحد این تابع به چپ و سپس ۴ واحد به پایین به دست می آید ،بنابراین ضابطه تابع به صورت زیر خواهد بود .

$$g(x)=(x+۲)^۲-۴$$

در x = ۱ باید مقدار ضابطه ها برابر باشد در نتیجه : $g(۱)=(۱+۲)^۲-۴=۵$

بنابراین دو نقطه (۵ و ۱) A و (۰ و ۵)B بر روی خط قرار دارند . پس :

شیب : $-\frac{۵}{۴},\ B(۵,۰) \rightarrow ۴y+۵x=۲۵$

۴۴- گزینه ۱ صحیح است.

برای اینکه f تابع ثابت باشد ، باید فقط یک عضو در بُرد آن باشد .

$$\begin{cases} a-b=۲ \\ ۳a-۷b=۲ \end{cases} \rightarrow a=۳\ ,\ b=۱ \qquad (۱)$$

و چون g(x) همانی است پس g(x) = x

$$\frac{x^۲+(c+۱)x+d-۲}{x-۱}=x \rightarrow x^۲+(c+۱)x+d-۲=x^۲-x$$
$$\xrightarrow{x\neq ۱} \begin{cases} c+۱=-۱ \\ d-۲=۰ \end{cases} \rightarrow c=-۲\ ,\ d=۲ \qquad (۲)$$
$$(۱),(۲) \rightarrow ac-bd=۳\times(-۲)-۱\times ۲=-۸$$

۴۵- گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم جایگشت های n شی متمایز برابر است با $n!$

قرار است m بعد از O و O بعد از C بیاید . اگر گفته می شد بدون فاصله بعد از هم بیاید m و o و c را یک بسته می کردیم و جایگشت حساب می کردیم ولی فقط گفته شده بعد از هم بیاید در این حالت ابتدا کل جایگشت ها را حساب می کنیم یعنی $۷!$ و حالا حروف مورد نظر m و o و c هستند که $۳!$ جایگشت دارند یعنی ۶ حالت پس از این $۷!$ جایگشت به هر حالت از ۶ حالت حروف m و o و c تعداد $\frac{۷!}{۶}$ حالت تعلق می گیرد . در این ۶ حالت ، یکی مطلوبست در آن زمانی که m بعد o و o بعد c قرار بگیرد ، پس تعداد کل حالات مطلوب برابر است با :

$$\frac{۷!}{۶}\times ۱=\frac{۷!}{۶}$$

۴۶- گزینه ۲ صحیح است.

* ریاضی * ریاضی * ریاضی * ریاضی * ریاضی * ریاضی *

از این ۷ محل باید ۵ محل را انتخاب کنیم تا کتابهای شیمی چیده شود .

$n(A) =$ (هیچ دو کتاب شیمی در کنار هم نباشند)

$n(A) =$ (انتخاب ۵ محل از ۷ محل برای کتاب شیمی) × (چیدن ۵ کتاب شیمی) × (چیدن ۶ کتاب ریاضی)

$$n(A)=\binom{۷}{۵}\times ۵!\times ۶!=۲۱\times ۵!\times ۶!$$

۴۷- گزینه ۲ صحیح است.

تمام انتخاب های ۳ نقطه از ۱۰ نقطه را در نظر می گیریم . فقط انتخاب هایی که در آن ها ۳ نقطه از خط $d_۱$ یا ۳ نقطه از خط $d_۲$ انتخاب شوند ، مثلث درست نمی کنند پس تعداد کل مثلث ها برابر است با :

$$\binom{۱۰}{۳}-\binom{۵}{۳}-\binom{۳}{۳}=۱۰۹$$

۴۸- گزینه ۳ صحیح است.

$$\binom{۸}{۵}+\binom{۹}{۵}+\binom{۸}{۶}+\binom{۱۰}{۵}=\binom{۹}{۶}+\binom{۹}{۵}+\binom{۱۰}{۵}=\binom{۱۰}{۶}+\binom{۱۰}{۵}=\binom{۱۱}{۶}=\binom{۱۱}{۵}$$

۴۹- گزینه ۱ صحیح است.

توابع با دامنه A به صورت زیر هستند .

$$f=\{(۱,y_۱),(۲,y_۲),(۳,y_۳),(۴,y_۴),(۵,y_۵)\}$$

که در آن $y_۱, y_۲, y_۳, y_۴, y_۵$ هر کدام می توانند ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ یا ۵ باشند پس تعداد کل توابع برابر $۵^۵$ است پس :

$$n(s)=۵^۵$$

برای اینکه شرط $f(x)\le x$ برای هر $x\in A$ برقرار باشد ، $y_۱$ فقط می تواند ۱ باشد ، $y_۲$ می تواند ۱ یا ۲ باشد ، $y_۳$ می تواند ۱ ، ۲ یا ۳ باشد ، $y_۴$ می تواند ۱ ، ۲ ، ۳ یا ۴ باشد و $y_۵$ می تواند ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ یا ۵ باشد یعنی $n(A)=۱\times۲\times۳\times۴\times۵=۵!$ بنابراین :

$$p(A)=\frac{۵!}{۵^۵}=\frac{۲۴}{۶۲۵}$$

۵۰- حذف