

پاسخ تشریحی سوال ۱- گزینه ۳ صحیح است

$$5 \leq x^2 + 1 < 50 \rightarrow 4 \leq x^2 < 49 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} 2 \leq x < 7 \rightarrow x = 2, 3, 4, 5, 6$$

$$A = \{7, 9, 11, 13, 15\}$$

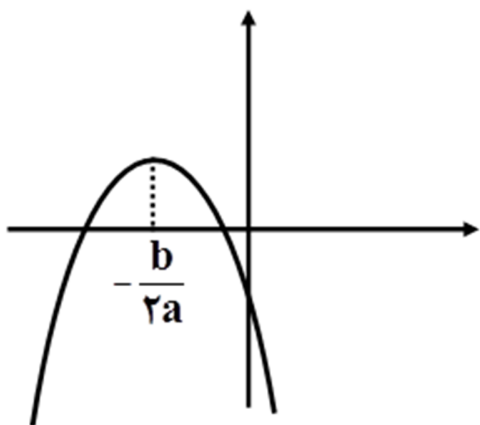
$$k = 12, 13, 14, 15 \rightarrow x = 25, 27, 29, 31 \rightarrow B = \{13, 14, 15, 16\}$$

$$A - B = \{7, 9, 11\} \quad B - A = \{14, 16\}$$

$$(A - B) \cup (B - A) = \{7, 9, 11, 14, 16\}$$

پاسخ تشریحی سوال ۲- گزینه ۲ صحیح است

با توجه به نمودار ابتدا علامت a و b را تعیین می کنیم.



$$\begin{cases} a < 0 \\ -\frac{b}{2a} < 0 \end{cases} \xrightarrow{a < 0} b < 0$$

$$\sqrt[5]{a^4 \sqrt{a^2 b}} \quad \underline{\underline{a < 0}} \quad -\sqrt[5]{a^4 \sqrt{a^2 b}} = -\sqrt[6]{a^{15} b}$$

پاسخ تشریحی سوال ۳- گزینه ۲ صحیح است.

$$(4a^2 - 12a + 9) + (9b^2 + 30b + 25) = 0$$

$$(2a - 3)^2 + (3b + 5)^2 = 0$$

مجموع دو عبارت نامنفی در صورتی صفر می شود که هر دو عبارت صفر شوند.

پس باید :

$$\begin{cases} 2a - 3 = 0 \rightarrow a = \frac{3}{2} \\ 3b + 5 = 0 \rightarrow b = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$2a + 3b = 3 - 5 = -2$$

پاسخ تشریحی سوال ۴- گزینه ۳ صحیح است.

عبارت درجه دومی که یک ریشه مضاعف داشته باشد در اطراف ریشه اش یا همواره مثبت است یا همواره منفی ، لذا جدول داده شده نمی تواند برای یک عبارت درجه ۲ باشد . پس عبارت داده شده درجه یک است در نتیجه :

$$a-1=0 \rightarrow \boxed{a=1}$$

$$y=(b-2)x+5c-1$$

با توجه به جدول تعیین علامت داده شده باید :

$$b-2 < 0 \rightarrow b < 2 \xrightarrow{b \in \mathbb{N}} \boxed{b=1}$$

$$y=-x+5c-1 \xrightarrow{\substack{x=5 \\ y=0}} 0=-5+5c-1 \rightarrow \boxed{c=\frac{6}{5}}$$

$$a^2+b^2+5c=1+1+6=8$$

پاسخ تشریحی سوال ۵- گزینه ۱ صحیح است.

توجه: اگر در دنباله a_n ، دنباله حاصل از تفاضل جملات متوالی آن تشکیل دنباله حسابی با قدر نسبت d بدهند، آنگاه دنباله a_n یک دنباله درجه ۲ به فرم $a_n = an^2 + bn + c$ می باشد که در آن $a = \frac{d}{2}$

.... و ۵۱ و ۳۵ و ۲۲ و ۱۲ و ۵

$d = 3$ ، ... ، ۱۶ ، ۱۳ ، ۱۰ ، ۷ : دنباله تفاضل
جملات متوالی $+3 \quad +3 \quad +3$

$$a_n = \frac{3}{2}n^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} a_1 = 5 \rightarrow \frac{3}{2} + b + c = 5 \rightarrow 2b + 2c = 7 \\ a_2 = 12 \rightarrow 6 + 2b + c = 12 \rightarrow 2b + c = 6 \end{cases}$$

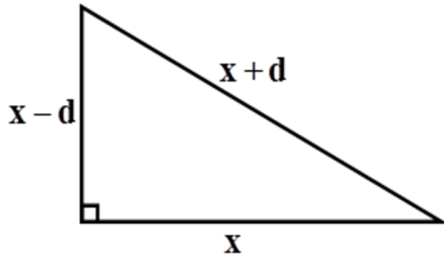
$$\boxed{c=1} \quad \boxed{b=\frac{5}{2}}$$

$$a_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n + 1$$

$$a_{20} = \frac{3}{2} \times 400 + \frac{5}{2} \times 20 + 1 = 600 + 50 + 1 = 651$$

پاسخ تشریحی سوال ۶ - گزینه ۴ صحیح است.

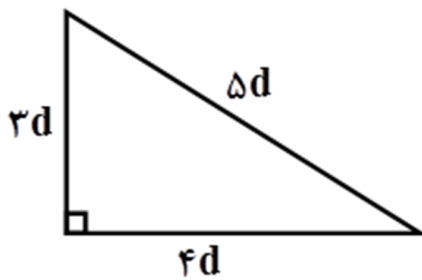
توجه : اگر اضلاع مثلث قائم الزاویه تشکیل دنباله حسابی بدهند آن گاه داریم :



$$(x+d)^2 = (x-d)^2 + x^2 \rightarrow$$

$$x^2 + 2xd + d^2 = x^2 - 2xd + d^2 + x^2$$

$$\rightarrow x^2 = 4xd \xrightarrow{x \neq 0} x = 4d$$



$$\frac{3d \times 4d}{2} = 48 \rightarrow d^2 = 8 \rightarrow \boxed{d = 2\sqrt{2}}$$

طول اضلاع : $6\sqrt{2}, 8\sqrt{2}, 10\sqrt{2}$

محیط : $6\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 10\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$

پاسخ تشریحی سوال ۷- گزینه ۲ صحیح است.

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

توجه :

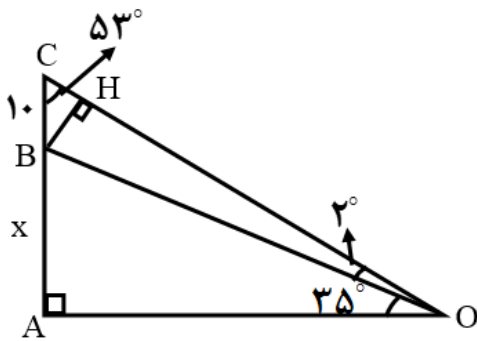
$$x - \frac{1}{x} = (\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) = 5(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}) = (*)$$

$$(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 = (\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^2 + 4 = 5^2 + 4 = 29$$

$$\rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{29}$$

$$(*) = 5\sqrt{29}$$

پاسخ تشریحی سوال ۸- گزینه ۲ صحیح است.



$$\triangle BHC: \sin 53^\circ = \frac{BH}{10} \rightarrow 0.8 = \frac{BH}{10} \rightarrow \boxed{BH = 8}$$

$$\triangle BOH: \sin 2^\circ = \frac{BH}{BO} \rightarrow 0.03 = \frac{8}{BO} \rightarrow \boxed{BO = \frac{800}{3}}$$

$$\triangle OAB: \sin 35^\circ = \frac{x}{BO} \rightarrow 0.57 = \frac{x}{\frac{800}{3}} \rightarrow x = \frac{57}{100} \times \frac{800}{3} = 152m$$

پاسخ تشریحی سوال ۹- گزینه ۱ صحیح است.

$$\sqrt{13} + \sqrt{48} = \sqrt{13 + 2\sqrt{12}} = \sqrt{(12+1)^2} = \sqrt{12} + 1$$

$$\sqrt{6 + 2\sqrt{5 - \sqrt{12}} - 1} = \sqrt{6 + 2\sqrt{4 - \sqrt{12}}} = (*)$$

$$\sqrt{4 - \sqrt{12}} = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt{3} - 1$$

$$(*) = \sqrt{6 + 2\sqrt{3} - 2} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1$$

$$x + 2(\sqrt{3} + 1) = x + 2\sqrt{3} + 2$$

اگر $x = -2\sqrt{3}$ باشد ، آن گاه عدد گویا می شود .

پاسخ تشریحی سوال ۱۰- گزینه ۲ صحیح است.

$$3y + 2x = 6 \rightarrow m = -\frac{2}{3} \rightarrow \tan \theta = -\frac{2}{3}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow 1 + \frac{4}{9} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \rightarrow \frac{13}{9} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

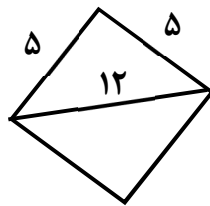
$$\rightarrow \cos^2 \theta = \frac{9}{13} \rightarrow \cos \theta = \pm \frac{3}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\theta \text{ منفرجه}} \cos \theta = -\frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{9}{13}} = \sqrt{\frac{4}{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}} - \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{-1}{\sqrt{13}} = \frac{-\sqrt{13}}{13}$$

پاسخ تشریحی سوال ۱۱- گزینه ۴ صحیح است

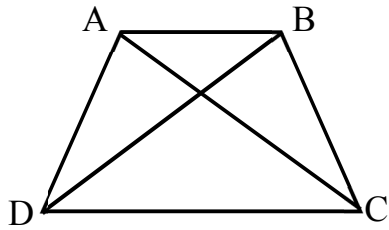
مطابق شکل فرض کنیم $ABCD$ لوزی مورد نظر باشد . در این صورت با توجه به نامساوی مثلث خواهیم داشت :



$$5 + 5 > 12$$

پس این لوزی قابل ترسیم نیست .

پاسخ تشریحی سوال ۱۲- گزینه ۳ صحیح است

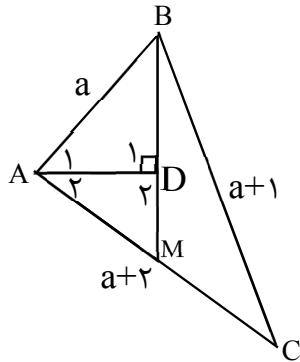


مثال نقض برای عکس قضیه گزینه ۳ :

چهارضلعی ABCD دوزنقه متساوی الساقین است

که در آن قطرهای با هم برابر است ولی مستطیل نمی باشد.

پاسخ تشریحی سوال ۱۳- گزینه ۲ صحیح است



$$AB = a$$

$$BC = a + 1$$

$$AC = a + 2$$

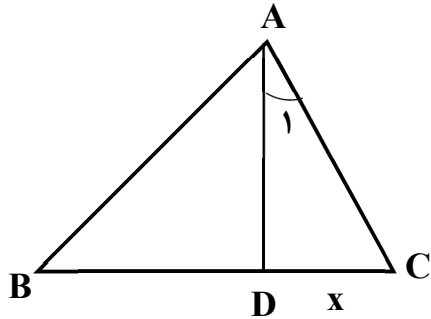
AD نیمساز A و BM میانه وارد بر AC است.

$$\left. \begin{array}{l} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle ADB = \angle ADM = 90^\circ \\ AD = AD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قضیة}} ABD = ADM \Rightarrow AB = AM = a$$

$$\Rightarrow \underbrace{AC}_{a+2} = AM + MC = a + a \Rightarrow a + 2 = 2a \rightarrow a = 2$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} AB = 2 \\ BC = 3 \\ AC = 4 \end{array} \right. \longrightarrow P_{ABC} = 2 + 3 + 4 = 9$$

پاسخ تشریحی سوال ۱۴- گزینه ۳ صحیح است



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{B} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DAC$$

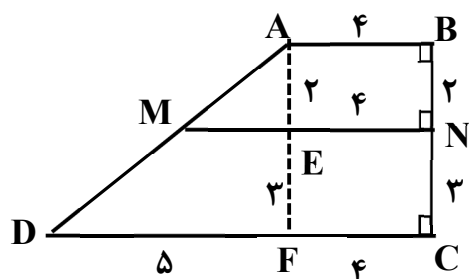
$$\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC} \rightarrow AC^2 = BC \times CD$$

$$4^2 = x(x+6) \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -8 \end{cases} \rightarrow BC = 6 + 2 = 8$$

غ ق ق

پاسخ تشریحی سوال ۱۵ - گزینه ۳ صحیح است .



با توجه به شکل $NE = 4$ و با توجه به قضیه تالس

داریم :

$$\frac{AE}{AF} = \frac{ME}{DF} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{ME}{5} \rightarrow ME = 2$$

$$\Rightarrow MN = ME + EN = 2 + 4 = 6$$

پاسخ تشریحی سوال ۱۶ - گزینه ۱ صحیح است .

$$\frac{a}{a-3} = \frac{b}{b+4} \Rightarrow \frac{a}{-3} = \frac{b}{4} = t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -3t \\ b = 4t \end{cases}$$

$$\frac{(a+b)^2}{3ab} = \frac{(-3t+4t)^2}{3(-3t)(4t)} = \frac{t^2}{-36t^2} = -\frac{1}{36}$$