

پاسخ تشریحی سوال ۱: گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = a(x+1)(4x-3)$$

$$f(0) = -3 \rightarrow -3a = -3 \rightarrow \boxed{a=1}$$

$$f(x) = 4x^2 + x - 3$$

$$y = \sqrt{a^2x^2 + ax - 4x^2 - x + 3} = \sqrt{(a^2 - 4)x^2 + (a-1)x + 3}$$

$$(a^2 - 4)x^2 + (a-1)x + 3 \geq 0$$

با توجه به تعیین علامت عبارت درجه ۳ جواب نامعادله درجه ۲ هیچگاه به صورت $\left(-\infty, \frac{b}{2}\right]$ نمی تواند باشد.

پس حتماً عبارت فوق درجه یک می باشد.

$$a^2 - 4 = 0 \rightarrow a = \pm 2$$

$$a = 2 \rightarrow x + 3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3 \quad \text{غ ق ق}$$

$$a = -2 \rightarrow -3x + 3 \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \rightarrow D = (-\infty, 1] \rightarrow \frac{b}{2} = 1 \rightarrow \boxed{b=2}$$

$$2a + 5b = -4 + 10 = 6$$

پاسخ تشریحی سوال ۲: گزینه ۱ صحیح است.

$$x^2 + 4x - 6 - 2\sqrt{x^2 + 4x - 3} = 0$$

$$\sqrt{x^2 + 4x - 3} = t \rightarrow x^2 + 4x = t^2 + 3$$

$$t^2 - 3 - 2t = 0 \rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \rightarrow (t-3)(t+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=3 & \checkmark \\ t=-1 & \times \end{cases}$$

$$\sqrt{x^2 + 4x - 3} = 3 \rightarrow x^2 - 4x - 3 = 9 \rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\rightarrow (x+6)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=-6 & \checkmark \\ x=2 & \checkmark \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S=-6 \\ P=-12 \end{cases}$$

$$-27 < -12 < -8 \rightarrow -3 < \sqrt[3]{-12} < -2 \rightarrow \left[\sqrt[3]{-12} \right] = -3$$

$$\frac{2}{3} \times (-6) - \sqrt{3} = \frac{-8}{3} - \sqrt{3} \approx -2/6 - 1/7 = -4/3 \rightarrow \left[\frac{2}{3}S - \sqrt{3} \right] = -5$$

$$\left[\sqrt[3]{P} \right] + \left[\frac{2}{3}S - \sqrt{3} \right] = -3 - 5 = -8$$

پاسخ تشریحی سوال ۳ : گزینه ۱ صحیح است.

مدت زمان انجام کل کار توسط کارگر اول : x

مدت زمان انجام کل کار توسط کارگر دوم : $x + ۱۵$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \rightarrow 18(x+15) + 18x = x(x+15)$$

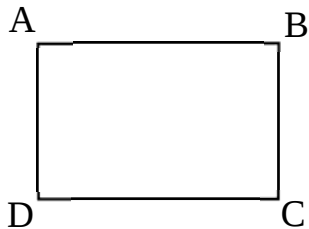
$$\rightarrow 18x + 270 + 18x = x^2 + 15x \rightarrow x^2 - 21x - 270 = 0$$

کارگر اول کل کار را در ۳۰ روز تمام می کند . $\boxed{x=30}$ $\rightarrow (x-30)(x+9)=0$

این دو کارگر در ۳ روزی که با هم کار می کنند ، $\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$ کل کار را تمام می کنند و پس $\frac{5}{6}$ کل کار را باید کارگر اول به تنهایی تمام کند .

$$\frac{5}{6} \times 30 = 25$$

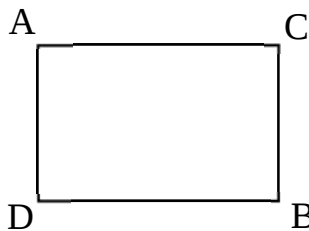
پاسخ تشریحی سوال ۴: گزینه ۳ صحیح است.



$$m_{AB} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$m_{BC} = \frac{1}{5}$$

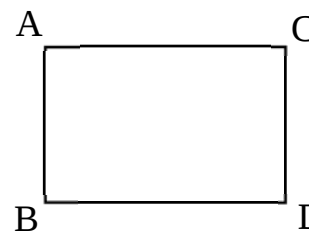
$$\Rightarrow AB \not\perp BC$$



$$m_{AC} = \frac{3}{3} = 1$$

$$m_{BC} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow AC \not\perp BC$$



$$m_{AC} = 1$$

$$m_{AB} = -1$$

$$\Rightarrow AC \perp AB \quad \checkmark$$

$$\overline{AC} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 6 \times 2 = 12}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

$$x_A + x_D = x_B + x_C \Rightarrow -2 + x_D = -5 \rightarrow x_D = -3$$

$$\Rightarrow D(-3, -2)$$

$$y_A + y_D = y_B + y_C \Rightarrow 3 + y_D = 1 \rightarrow y_D = -2$$

$$\frac{S}{-3 \times (-2)} = \frac{12}{6} = 2$$

پاسخ تشریحی سوال ۵ : گزینه ۱ صحیح است.

$$x \neq -3, 3$$

$$2x(x+3)+x+a=2(x^2-9)$$

$$2x^2+6x+x+a=2x^2-18$$

$$7x=-18-a \rightarrow x=\frac{-18-a}{7}$$

برای آنکه معادله جواب نداشته باشد باید جواب به دست آمده (-3) یا (3) شود .

$$\frac{-18-a}{7}=3 \rightarrow -18-a=21 \rightarrow \boxed{a=-39}$$

$$\frac{-18-a}{7}=-3 \rightarrow -18-a=-21 \rightarrow \boxed{a=3}$$

$$\text{حاصل ضرب} = (-39)(3) = -117$$

پاسخ تشریحی سوال ۶: گزینه ۱ صحیح است.

توجه: نامساوی $|a+b| \leq |a|+|b|$ همواره برقرار است. حالت تساوی یعنی $|a+b|=|a|+|b|$ زمانی برقرار است که $a \cdot b \geq 0$

$$\underbrace{|2x-1|}_a + \underbrace{|\Delta x-3|}_b = \underbrace{|7x-4|}_{a+b} \Rightarrow a \cdot b \geq 0 \rightarrow (2x-1)(\Delta x-3) \geq 0$$

$$\Rightarrow \text{ج} \cdot \text{م} = \text{R} - \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{\Delta}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{\Delta} \end{cases}$$

$$||x-1|-3|=3 \Rightarrow \begin{cases} |x-1|-3=3 \rightarrow |x-1|=6 \rightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=-5 \end{cases} \\ |x-1|-3=-3 \rightarrow |x-1|=0 \rightarrow x=1 \end{cases}$$

حاصل ضرب جواب ها = -۳۵

پاسخ تشریحی سوال ۷ : گزینه ۲ صحیح است.

$$(f \circ g)(x) = g((x))^2 + 6g(x) + 10 = x^2 + 4x + 5$$

$$\Rightarrow (g(x) + 3)^2 = (x + 2)^2 \Rightarrow$$

$$|g(x) + 3| = |x + 2| \rightarrow \begin{cases} g(x) + 3 = x + 2 \rightarrow g(x) = x - 1 \\ g(x) + 3 = -x - 2 \rightarrow g(x) = -x - 5 \\ g(x) + 3 = |x + 2| \rightarrow g(x) = |x + 2| - 3 \\ g(x) + 3 = -|x + 2| \rightarrow g(x) = -|x + 2| - 3 \end{cases}$$

با توجه به اینکه به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $g(x) \leq -3$ لذا :

$$g(x) = -|x + 2| - 3 = -7 \rightarrow |x + 2| = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب ها} = -6 + 2 = -4$$

پاسخ تشریحی سوال ۸ : گزینه ۳ صحیح است.

توجه : تابع $y = a^x$ در صورتی یک تابع نمایی است که $a > 0$, $a \neq 1$ باشد .

$$۱) \quad a^2 + a + 2m > 0 \rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \rightarrow 1 - 4m < 0 \rightarrow m > \frac{1}{4} \\ a^2 > 0 \text{ ضریب} \end{cases} \quad (۱)$$

$$۲) \quad a^2 + a + 2m \neq 1 \rightarrow a^2 + a + 2m - 1 \neq 0 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow 1 - 4m + 4 < 0 \rightarrow m > \frac{5}{4} \quad (۲)$$

$$ج . م = (۱) \cap (۲) = \left(\frac{5}{4}, +\infty \right)$$

پاسخ تشریحی سوال ۹ : گزینه ۴ صحیح است.

$$q \Rightarrow \sim [(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \equiv$$

$$q \Rightarrow \sim [(\sim p \vee q) \wedge \sim p] \equiv$$

$$\sim q \vee [(p \wedge \sim q) \vee p] \equiv \sim q \vee p \equiv q \Rightarrow p \equiv \sim p \Rightarrow \sim q$$

پاسخ تشریحی سوال ۱۰: گزینه ۲ صحیح است.

$$\exists C ; \forall x \in C ; \underbrace{x \in A \wedge x \in B}_{x \in (A \cap B)} \equiv C \subseteq (A \cap B)$$

همه اعضای A فرد هستند و همه اعضای B زوج هستند. پس $A \cap B \neq \emptyset$ در نتیجه: $C \subseteq \emptyset$

پاسخ تشریحی سوال ۱۱ : گزینه ۳ صحیح است.

$$A = \{1, 2, 3, 7\}$$

$$B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad , \quad A \cap B = \{1, 2, 3\}$$

$$n((A \times B) - (B \times A)) = n(A \times B) - \underbrace{n((A \times B) \cap (B \times A))}_{n(A \cap B)^2}$$

$$= n(A \times B) - (n(A \cap B))^2$$

$$= 4 \times 10 - 3^2 = 40 - 9 = 31$$

پاسخ تشریحی سوال ۱۲ : گزینه ۴ صحیح است.

احتمال ظاهر شدن عددی زوج $x =$

احتمال ظاهر شدن عددی فرد $kx =$

$$p(۱) + p(۲) + p(۳) + p(۴) + p(۵) + p(۶) = ۱$$

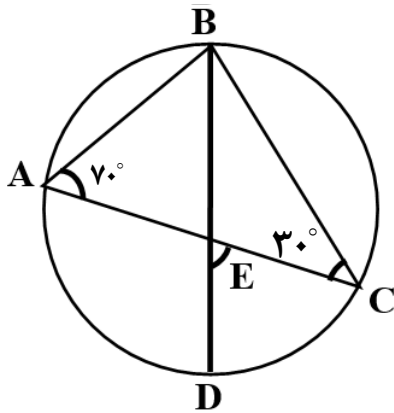
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$kx + x + kx + x + kx + x = ۱ \Rightarrow x(۳k + ۳) = ۱$$

$$p(۲) + p(۳) + p(۵) = x + kx + kx = x(۱ + ۲k) = \frac{۱۱}{۱۸}$$

$$\rightarrow \frac{x(۱ + ۲k)}{x(۳k + ۳)} = \frac{\frac{۱۱}{۱۸}}{۱} \Rightarrow k = ۵$$

پاسخ تشریحی سوال ۱۳: گزینه ۱ صحیح است.

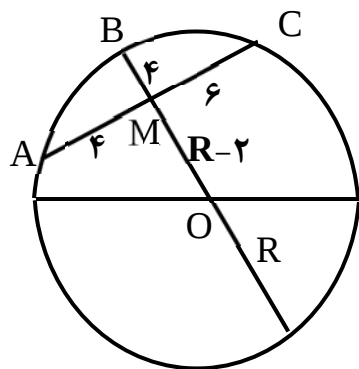


$$\hat{A} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 140^\circ \Rightarrow \widehat{DC} = 40^\circ$$

$$\hat{C} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 60^\circ$$

$$\hat{E} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{DC}}{2} = \frac{60^\circ + 40^\circ}{2} = 50^\circ$$

پاسخ تشریحی سوال ۱۴: گزینه ۲ صحیح است.



$$4 \times 6 = 2(2R - 2)$$

$$24 = 2(2R - 2) \Rightarrow R = 7$$

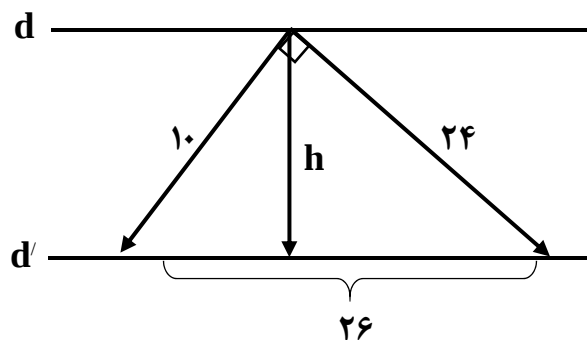
نیم دایره $S = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{49\pi}{2}$

پاسخ تشریحی سوال ۱۵ : گزینه ۴ صحیح است.

چون مثلث متساوی الاضلاع است پس محل تلاقی نیمسازهای داخلی با محل تلاقی عمودمنصف ها یکی است و در نتیجه مرکز دایره محاطی داخلی با مرکز دایره محیطی یکی است.

$$\left. \begin{array}{l} r = \frac{S}{P} \\ r_a = \frac{S}{P-a} \end{array} \right\} \Rightarrow r + r_a = \frac{\sqrt{3}}{6}a + \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{2\sqrt{3}}{3}a \xrightarrow{a=2\sqrt{3}} \frac{2\sqrt{3}}{3} \times 2\sqrt{3} = 6$$

پاسخ تشریحی سوال ۱۶: گزینه ۲ صحیح است.



$$h = \frac{10 \times 24}{26} = \frac{120}{13}$$