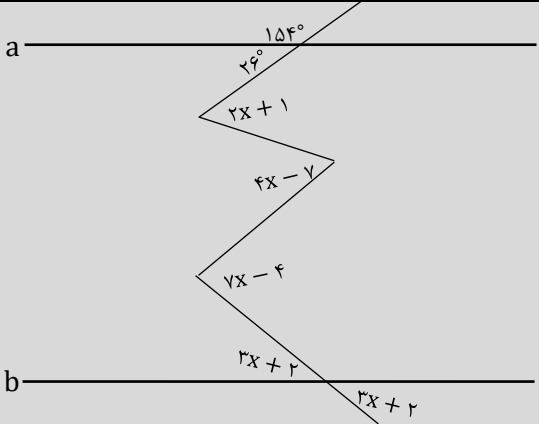
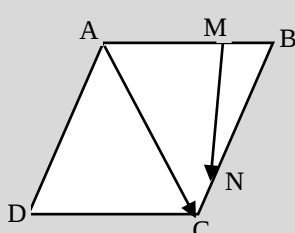


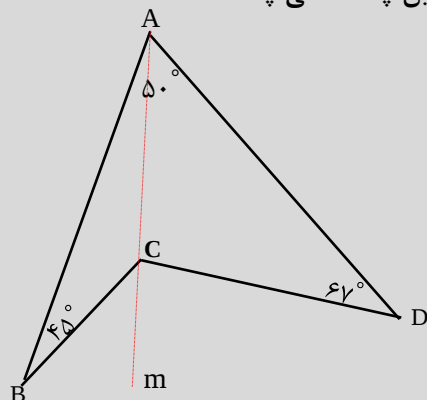
	پاسخنامه تشریحی ریاضی هشتم صفحه ۱
۳۶	اگر n یک عدد صحیح باشد، مجموع همه اعداد صحیحی که می توانند به جای n قرار گیرند، بطوریکه حاصل $\frac{5n+24}{n+3}$ یک عدد صحیح باشد، چقدر است؟ (۱) -۱۲ (۲) -۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸
پاسخ	$\frac{5n+24}{n+3} = \frac{5n+15+9}{n+3} = \frac{5(n+3)+9}{n+3} = \frac{5(n+3)}{n+3} + \frac{9}{n+3} = 5 + \frac{9}{n+3}$ $n+3$ باید شمارنده های صحیح عدد ۹ باشد یعنی: $n+3 = 1, -1, 3, -3, 9, -9$ $n = -2, -4, 0, -6, 6, -12$ $(-2) + (-4) + 0 + (-6) + 6 + (-12) = -18$ گزینه ۲ صحیح است.
۳۷	حاصل عبارت مقابل کدام است؟ $\frac{1}{1 \times 5} + \frac{1}{5 \times 9} + \frac{1}{9 \times 13} + \dots + \frac{1}{(4n+1)(4n-3)}$ (۱) $\frac{n}{n+1}$ (۲) $\frac{4n}{4n+1}$ (۳) $\frac{n}{4n+1}$ (۴) $\frac{4n}{4n-3}$
پاسخ	$\frac{1}{4} \times \left(\frac{4}{1 \times 5} + \frac{4}{5 \times 9} + \frac{4}{9 \times 13} + \dots + \frac{4}{(4n-3)(4n+1)} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{4n-3} - \frac{1}{4n+1} \right)$ $= \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4n+1} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{4n}{4n+1} = \frac{n}{4n+1}$ گزینه ۳ صحیح است.
۳۸	در غربال اراتستن اعداد ۱ تا ۳۰۰ آخرین مضرب ۱۱ که خط می خورد کدام است؟ (۱) ۵۵ (۲) ۲۵۳ (۳) ۱۶۵ (۴) ۲۳۱
پاسخ	اولین مضرب ۱۱ که خط می خورد $11^2 = 121$ همه مضارب ۱۱ که خط می خورند عبارتند از: $11 \times 13 = 143$ و $11 \times 17 = 187$ و $11 \times 19 = 209$ و $11 \times 23 = 253$ و $11 \times 29 = 319 > 300$ پس آخرین مضرب ۱۱ همان ۲۵۳ می باشد. گزینه ۲ صحیح است.
۳۹	کدام جمله در مورد اعداد تقریباً اول درست نیست؟ (۱) تعداد شمارنده های آن ۳ یا ۴ تا است. (۲) کوچکترین عددی که نسبت به تمام اعداد دو رقمی تقریباً اول، اول نباشد عدد ۲۱۰ است. (۳) بزرگترین عدد تقریباً اول، دو رقمی ۹۵ است. (۴) همه شمارنده هایش دوجه دو نسبت به هم اولند.
پاسخ	گزینه ۴ درست نیست همه شمارنده های آن غیر از خودش نسبت به هم اولند گزینه ۴ صحیح است.

	صفحه ۲
۴۰	اگر عدد A دارای ۵ شمارنده اول باشد، عدد $210 \cdot A^{11}$ حداکثر چند شمارنده اول دارد؟ ۶(۱) ۷(۲) ۲۰(۳) ۹(۴)
پاسخ	به توان رساندن تعداد شمارنده های اول را تغییر نمی دهد ولی ضرب کردن ممکن است تعداد شمارنده های اول را تغییر دهد چون عدد ۲۱۰ دارای چهار شمارنده اول ۲ و ۳ و ۵ و ۷ می باشد پس اگر عدد A دارای این ۴ شمارنده نباشد عدد $210 \cdot A^{11}$ حداکثر ۹ شمارنده اول دارد گزینه ۴ صحیح است.
۴۱	در شکل مقابل ABCD متوازی الاضلاع و BDCE مستطیل است. اگر $\widehat{BCD} = 42^\circ$ باشد، زاویه ADE چند درجه است؟ ۸۴(۱) درجه ۹۶(۲) درجه ۶۹(۳) درجه ۶۰(۴) درجه
پاسخ	در متوازی اضلاع زاویه های روبرو مساویند: $\widehat{A} = \widehat{BCD} = 42^\circ$ در مستطیل قطر ها مساویند: $BC = ED$ $\left. \begin{matrix} ED = BC \\ AD = BC \end{matrix} \right\} \Rightarrow AD = ED \Rightarrow \text{مثلث AED متساوی الساقین است} \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{AED} = 42^\circ$ $\widehat{ADE} = 180 - (42 + 42) = 96^\circ$ گزینه ۲ صحیح است.
۴۲	به چهار ضلعی هایی که قطر های آنها با هم برابر باشد چهار ضلعی خوش نقش و به چهار ضلعی هایی که قطر های آنها با هم برابر نباشد خوش نما می گوئیم . تعدادی دوزنقه و متوازی الاضلاع رسم کرده ایم ۱۲ تا از این شکل ها خوش نقش و ۲۷ تا از آنها خوش نما هستند ، اگر ۵ تا از این شکل ها متوازی الاضلاع باشند ، حداقل و حداکثر چند تا از این شکل ها دوزنقه متساوی الساقین است؟ ۷ و ۵ (۱) ۱۲ و ۷(۲) ۲۲ و ۷(۳) ۱۲ و ۵(۴)
پاسخ	دوزنقه متساوی الساقین تنها دوزنقه ای است که قطر های آن مساویند و مربع و مستطیل تنها متوازی الاضلاع هایی هستند که قطر های برابر دارند. اگر ۵ تا متوازی الاضلاع رسم شده مربع یا مستطیل باشند پس $12 - 5 = 7$ هفت تا چهار ضلعی خوش نقش می توان رسم کرد که باید دوزنقه متساوی الساقین باشند اگر ۵ تا متوازی الاضلاع رسم شده مربع یا مستطیل نباشند ، آنگاه ۱۲ تا چهار ضلعی خوش نقش می توان رسم کرد که باید دوزنقه متساوی الساقین باشند پس حداقل ۷ و حداکثر ۱۲ تا دوزنقه متساوی الساقین می توان رسم کرد گزینه ۲ صحیح است.

	صفحه ۳
۴۳	دیوارهایی به ابعاد ۱۵×۳۰ و ۱۰×۱۵ و ۱۲×۲۰ و ۱۸×۲۱ داریم، چقدر تا از این دیوارها را با کاشی های به ابعاد ۳×۳ می توان پوشاند؟ (۱)هیچی (۲)یکی (۳) دو تا (۴) سه تا
پاسخ	طول و عرض هر دیوار باید مضرب ۳ باشد پس دیوارهای ۱۵×۳۰ و ۱۸×۲۱ می توان کاشی کاری کرد گزینه ۳ صحیح است.
۴۴	در شکل مقابل اگر $a \parallel b$ باشد، مقدار x کدام است؟  (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۷۶
پاسخ	$2x + 1 + 7x - 4 = 26 + 4x - 7 + 3x + 2 \Rightarrow 9x - 3 = 7x + 21 \Rightarrow 2x = 24 \Rightarrow x = 12$ گزینه ۱ صحیح است.
۴۵	عدد $\overline{abba}$ همواره بر کدامیک از اعداد زیر بخش پذیر است؟ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳
پاسخ	$\overline{abba} = 1000a + 100b + 10b + a = 1001a + 110b = 11(91a + 10b)$ پس مضرب ۱۱ است گزینه ۳ صحیح است.
۴۶	اگر $a = 3 + \sqrt{8}$ و $b = 3 - \sqrt{8}$ باشند، حاصل عبارت $a^{10}b^9 + a^9b^{10}$ برابر است با: (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) $-3\sqrt{8}$ (۴) $6\sqrt{2}$
پاسخ	$a^{10}b^9 + a^9b^{10} = a^9b^9(a + b) = [(3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8})]^9 [3 + \sqrt{8} + 3 - \sqrt{8}] =$ $= [9 - 3\sqrt{8} + 3\sqrt{8} - 8]^9 [6] = 1 \times 6 = 6$ گزینه ۱ صحیح است.

	صفحه ۴
۴۷	معادله مقابل چند جواب دارد؟ $(3x - 5)^{10} + (7x + 2)^4 = \left(3 - \frac{11}{3}\right)^5$ (۱) یک جواب (۲) دو جواب (۳) بی شمار جواب (۴) جواب ندارد
پاسخ	چون توان هریک از پرانتزهای سمت چپ زوج است پس حاصل هرکدام نامنفی است و مجموع دو عدد نامنفی همواره نامنفی است و حاصل عبارت سمت راست منفی است که امکان ندارد پس معادله جواب ندارد. گزینه ۴ صحیح است.
۴۸	در متوازی الاضلاع ABCD داریم: $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$ و $\overrightarrow{BN} = 4\overrightarrow{NC}$ کدام گزینه درست است؟  (۱) $\overrightarrow{MN} = -\frac{11}{20}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$ (۲) $\overrightarrow{MN} = -\frac{11}{20}\overrightarrow{AC} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$ (۳) $\overrightarrow{MN} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{11}{20}\overrightarrow{AB}$ (۴) $\overrightarrow{MN} = \frac{11}{20}\overrightarrow{AC} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$
پاسخ	روش مثلث: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BA} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC} =$ $= \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC} = -\frac{11}{20}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC} - \frac{11}{20}\overrightarrow{AB}$ گزینه ۳ صحیح است.
۴۹	در یک زمین بازی متحرک A در نقطه $\begin{bmatrix} -3 \\ 10 \end{bmatrix}$ و متحرک B در نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}$ قرار دارد. با سه حرکت متحرک B به متحرک A می رسد، اگر حرکت اول $5\mathbf{i} + \mathbf{j}$ و نقطه پایان حرکت دوم $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ باشد مجموع سه حرکت کدام است؟ (۱) $13\vec{j} - \vec{i}$ (۲) $\vec{i} + 13\vec{j}$ (۳) $-\vec{i} + 9\vec{j}$ (۴) $8\vec{j}$
پاسخ	$5\mathbf{i} + \mathbf{j} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ حرکت اول: $\begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ حرکت دوم: $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ حرکت سوم: $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 7 \end{bmatrix}$ مجموع سه حرکت: $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 13 \end{bmatrix} = -\vec{i} + 13\vec{j}$ گزینه ۱ صحیح است.

اگر BCD یکی از زاویه های داخلی یک چند ضلعی منتظم باشد، تعداد اضلاع این چند ضلعی چند تا است؟



۲۰(۱)

۱۸(۲)

۱۵(۳)

۱۲(۴)

پاسخ

$$\widehat{BCm} = \widehat{BAC} + \hat{B} \quad \text{زاویه خارجی مثلث } ABC$$

$$\widehat{DCm} = \widehat{DAC} + \hat{D} \quad \text{زاویه خارجی مثلث } ACD$$

$$\widehat{BCm} + \widehat{DCm} = \widehat{BAC} + \hat{B} + \widehat{DAC} + \hat{D}$$

$$\widehat{BCD} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 162^\circ \quad \text{اندازه هر زاویه n ضلعی منتظم}$$

$$180 - 162 = 18 \quad \text{اندازه هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم}$$

$$360 = \text{مجموع زاویه های خارجی هر n ضلعی محدب}$$

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی} = \frac{360^\circ}{n}$$

$$\text{تعداد اضلاع} = \frac{360}{\text{اندازه یک زاویه خارجی}} = \frac{360}{18} = 20$$

گزینه ۱ صحیح است.