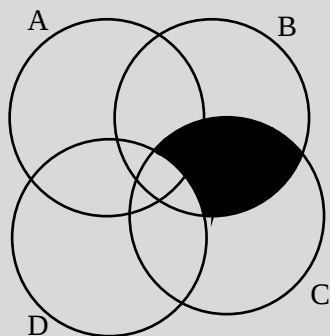


	پاسخنامه تشریحی ریاضی نهم	صفحه ۱
۳۶	با توجه به مجموعه $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ کدام گزینه ترتیب مناسبی از راست به چپ برای a و b و c و d می باشد؟ $a: \{\{۵\}, \{۵, ۶\}\}$ $b: \{\{۶\}, \{۴, ۵\}, \{۱, ۳\}, \{۲\}\}$ $c: \{\{۵, ۱\}, \{۱, ۲\}, \{۳, ۴, ۵\}, \{۶\}\}$ $d: \{\{۱\}, \{۲\}, \{۳, ۴, ۵\}\}$ (۱) زنجر - پادزنجر - پادزنجر - افراز (۲) زنجر - افراز - پاد زنجر - پادزنجر (۳) زنجر - پادزنجر - پادزنجر - پادزنجر (۴) ۳ و ۲	
پاسخ	چون هر افراز یک پاد زنجر هست پس گزینه ۴ صحیح است.	
۳۷	رقم هفتم نماد اعشاری عدد $\frac{۱}{۲۸}$ کدام است؟ (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷	
پاسخ	$\frac{۱}{۲۸} = ۰/۰۳۵۷۱۴۲۸$ چون باقی مانده عدد ۲ شده پس هفتمین رقم دومین رقم گردشی یعنی ۷ می باشد گزینه ۴ صحیح است	
۳۸	خانواده ای سه فرزند دارد که دو نفر آنها دو قلو هستند ، با کدام احتمال بزرگترین فرزند دوقلو نیست و پسر است؟ (۱) $\frac{۳}{۷}$ (۲) $\frac{۳}{۴}$ (۳) $\frac{۱}{۴}$ (۴) $\frac{۵}{۷}$	
پاسخ	$n(S) = ۴$ $S = \{(دوقلو - دختر), (دوقلو - پسر), (دختر - دوقلو), (پسر - دوقلو)\}$ $A = \{(دوقلو - پسر)\}$ $n(A) = ۱$ $P(A) = \frac{۱}{۴}$ گزینه ۳ صحیح است	
۳۹	دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم ،چند پیشامد تصادفی می تواند اتفاق بیفتد؟ (۱) ۲۴ (۲) $۲^۲۴$ (۳) $۲۴^۲$ (۴) ۴۸	
پاسخ	$n(S) = ۲^۲ \times ۶ = ۲۴$ $۲^۲۴ = \text{تعداد زیرمجموعه های فضای نمونه} = \text{تعداد پیشامدهای تصادفی}$ گزینه ۲ صحیح است	

با توجه به شکل مقابل کدام گزینه قسمت رنگی را نشان می دهد؟

۴۰



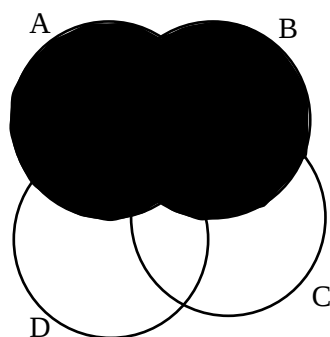
$$(A \cap B \cap C) - D \quad (۱)$$

$$(A \cup B \cup C) - D \quad (۲)$$

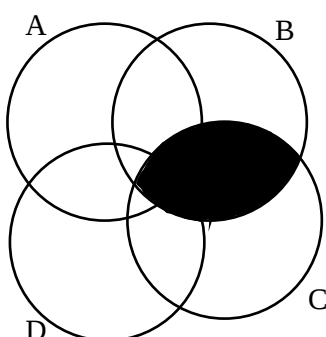
$$[(A \cup B) \cap C] - D \quad (۳)$$

$$[(A \cap B) \cap (A \cap C)] - D \quad (۴)$$

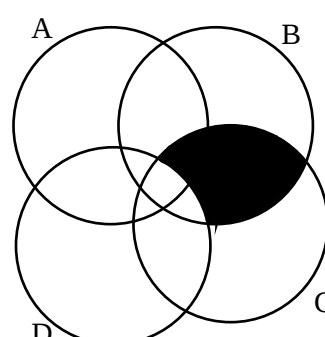
پاسخ



$$A \cup B$$



$$(A \cup B) \cap C$$



$$[(A \cup B) \cap C] - D$$

گزینه ۳ صحیح است

کدام مجموعه ها برابرند؟

۴۱

$$A = \{x | x^2 - 2x = 0\}$$

$$B = \{x^2 + |x| \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$$

$$C = \{(-1)^{x+1}x|x| \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$$

$$D = \{x | x \in \mathbb{R}, |2 - |x + 1|| = 2\}$$

$$B = C \quad (۴)$$

$$B = C = D \quad (۳)$$

$$A = C \quad (۲)$$

$$A = B \quad (۱)$$

پاسخ

$$D = \{-5, -1, 3\} \text{ و } C = \{-1, 0, 1\} \text{ و } B = \{0, 2\} \text{ و } A = \{x | x(x - 2) = 0\} = \{0, 2\}$$

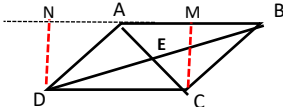
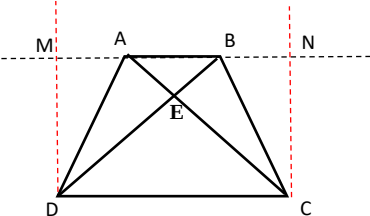
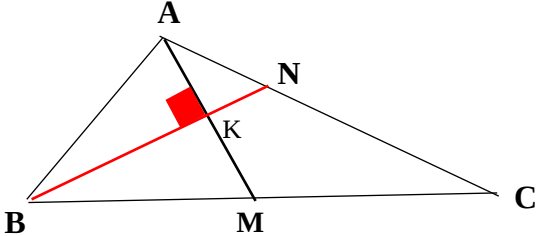
$$2 - |x + 1| = 2 \Rightarrow |x + 1| = 0 \Rightarrow x = -1$$

راه حل مجموعه D :

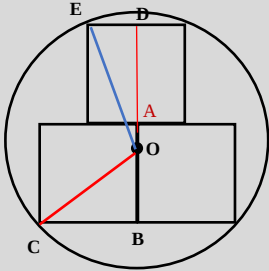
$$2 - |x + 1| = -2 \Rightarrow |x + 1| = 4 \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3 \\ x + 1 = -4 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$

گزینه ۱ صحیح است

	صفحه ۳
۴۲	اگر $x + 1$ منفی باشد، حاصل عبارت $\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x^3}$ کدام است؟ (۱) $3x - 1$ (۲) $x - 1$ (۳) $-2x - 1$ (۴) $x + 1$
پاسخ	$x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1 \Rightarrow x < 0$ $\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt[3]{x^3} = -x - x-1 + x = -x - (-x+1) + x =$ $-x + x - 1 + x = x - 1$ پس گزینه ۲ صحیح است
۴۳	مثلثی به اضلاع ۱۰ و ۶ و x با مثلثی به طول اضلاع ۸ و ۵ و y متشابه است. بیشترین مقدار ممکن برای عدد y کدام است؟ (۱) ۱۶ (۲) $\frac{40}{3}$ (۳) $\frac{25}{3}$ (۴) $\frac{24}{5}$
پاسخ	ضلع x و y نمی توانند متناظر باشند چون: $\frac{x}{y} \neq \frac{6}{5} \neq \frac{10}{8}$ و $\frac{x}{y} \neq \frac{6}{8} \neq \frac{10}{5}$ $4 < x < 16$ و $3 < y < 13$ اگر ضلع y با ضلع ۶ متناظر باشد داریم: $\begin{cases} \frac{6}{y} = \frac{x}{5} = \frac{10}{8} \Rightarrow y = \frac{48}{10} = \frac{24}{5} \\ \frac{6}{y} = \frac{x}{8} = \frac{10}{5} \Rightarrow y = 3 \end{cases}$ امکان پذیر است چون با ۳ پاره خط ۵ و ۸ و $\frac{24}{5}$ می توان مثلث رسم کرد غیرممکن است چون با ۳ پاره خط ۵ و ۸ و ۳ نمی توان مثلث رسم کرد اگر ضلع y با ضلع ۱۰ متناظر باشد داریم: $\begin{cases} \frac{10}{y} = \frac{x}{5} = \frac{6}{8} \Rightarrow y = \frac{40}{3} \\ \frac{10}{y} = \frac{x}{8} = \frac{6}{5} \Rightarrow y = \frac{25}{3} \end{cases}$ غیرممکن است چون با ۳ پاره خط ۵ و ۸ و $\frac{40}{3}$ نمی توان مثلث رسم کرد امکان پذیر است چون با ۳ پاره خط ۵ و ۸ و $\frac{25}{3}$ می توان مثلث رسم کرد پس گزینه ۳ صحیح است

صفحه ۴	
فرض کنید نقطه E محل برخورد قطرهای چهارضلعی ABCD باشد اگر دو مثلث ADE و BCE همنهشت باشند . ادعای اول: مساحت دو مثلث ABC و ABD همواره برابر است. ادعای دوم : همواره دو مثلث ABC و ABD همنهشت نیستند. (۱) ادعای اول درست است (۲) ادعای دوم درست است (۳) هر دو ادعا درست هستند (۴) هر دو ادعا نادرست هستند	۴۴
چهار ضلعی ABCD می تواند متوازی الاضلاع باشد  $\left. \begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{CM \times AB}{2} \\ S_{ABD} &= \frac{DN \times AB}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD}$  $AC \neq BD \Rightarrow \triangle ABC \not\cong \triangle ABD$ چهارضلعی ABCD می تواند دوزنقه متساوی الساقین هم باشد در این حالت دو مثلث ABC و ABD هم مساحت هستند و همنهشت می باشند گزینه ۳ صحیح است.	پاسخ
در مثلث ABC میانه AM بر نیمساز زاویه B عمود است ، اگر $AB = 7 \text{ cm}$ باشد ، طول ضلع BC چقدر است؟ (۱) ۷ (۲) ۳/۵ (۳) ۱۴ (۴) اطلاعات مسئله کافی نیست	۴۵
چون AM میانه است پس : $BM = MC$ در مثلث ABM نیمساز زاویه B ارتفاع وارد بر AM نیز هست پس مثلث ABM متساوی الساقین است پس : $AB = BM$ $BC = 2 BM = 2 AB = 2 \times 7 = 14$ پس گزینه ۳ صحیح است. 	پاسخ

	صفحه ۵
۴۶	کدام گزینه درست است؟ $\sqrt{-72a^2b^4} = 6 a b^2\sqrt{-2a} \quad (1)$ $\sqrt{-72a^2b^4} = 6ab^2\sqrt{-2a} \quad (2)$ $\sqrt{-72a^2b^4} = -6ab^2\sqrt{-2a} \quad (3)$ $\sqrt{-72a^2b^4} = -6ab^2\sqrt{2a} \quad (4)$
پاسخ	ما وقتی از علامت عدد اطلاع داریم لازم نیست قدرمطلق را بنویسیم a نمی تواند مثبت باشد چون زیر رادیکال منفی می شود و عبارت حقیقی نیست پس چون a نامثبت است $a = -a$ و گذاشتن قدرمطلق لزومی ندارد همچنین چون $b^2 \geq 0$ پس $b^2 = b^2$ $\sqrt{-72a^2b^4} = 6 a b^2\sqrt{-2a} = 6(-a)b^2\sqrt{-2a} = -6ab^2\sqrt{-2a}$ پس گزینه ۳ صحیح است
۴۷	نماد علمی عدد $10^{-5} \times 1400 \times \overbrace{0.1 \dots 0}^n$ با کدام گزینه برابر است؟ $\{n \in N n > 5\}$ $\begin{array}{ll} 1/4 \times 10^{-2n} \quad (2) & 1/4 \times 10^{-3} \quad (1) \\ 1/4 \times 10^{2n-5} \quad (4) & 1/4 \times 10^{-9} \quad (3) \end{array}$
پاسخ	$\overbrace{0.1 \dots 0}^n \times 1400 \times 10^{-5} = 1 \times 10^{-(n+1)} \times 1/4 \times 10^3 \times 10^{-5} =$ $= 10^{-n-1} \times 10^{-5} \times 10^3 \times 1/4 = 1/4 \times 10^{-3}$ پس گزینه ۱ صحیح است
۴۸	اگر $m, n \in Z$ باشد و $m^n = 3^{30}$ برقرار باشد. حاصل n^{-m} چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟ (۱) یک مقدار (۲) ۸ مقدار (۳) ۱۲ مقدار (۴) بی شمار
پاسخ	کافی است شکل های مختلف عدد 3^{30} را بنویسیم : $m^n = 3^{30} = (-3)^{30} = 9^{15} = 27^{10} = (-27)^{10} = (3^5)^6 = (-3^5)^6 = (3^6)^5 = (3^{10})^3 = (3^{15})^2$ $= (-3^{15})^2 = (3^{30})^1$ پس مقادیر n^{-m} عبارتند از: $n^{-m} = 30^{-3}, 30^{-2}, 15^{-9}, 10^{-27}, 10^{-27}, 6^{-35}, 6^{35}, 5^{-36}, 3^{-310}, 2^{-315}, 2^{315}, 1^{-330}$ راه حل دوم: می توان بدون نوشتن نیز تعداد اعداد را بدست آورد. کافی است شمارنده های عدد 30 که عبارتند از : 30 و 15 و 10 و 6 و 5 و 3 و 2 و 1 را بنویسیم چون در حالتی که توان زوج باشد، حاصل قطعاً مثبت است پس اگر توان زوج باشد (۲ و ۶ و ۱۰ و ۱۵ و ۳۰) پایه هم می تواند مثبت باشد و هم منفی یعنی ۲ حالت دارد. پس اینجا $4 \times 2 = 8$ داریم و ۴ حالت دیگر برای حالتی که توان ۱ و ۳ و ۵ و ۱۵ باشد پس مجموعاً ۱۲ حالت می شود پس گزینه ۳ صحیح است

صفحه ۶	
با ۴ رقم ۳ همه اعداد تواندار را بدون هیچ گونه علامتی، نوشتیم بزرگترین عدد ممکن کدام است؟ $3^{3^{3^3}}$ (۴) $3^{3^{3^2}}$ (۳) $3^{3^{3^3}}$ (۲) $3^{3^{3^3}}$ (۱)	۴۹
پاسخ همه اعداد که با ۴ رقم ۳ می توان نوشت: $3^{3^{3^3}}, 3^{3^{3^2}}, 3^{3^{3^3}}, 3^{3^{3^2}}, 3^{3^{3^3}}, 3^{3^{3^2}}, 3^{3^{3^3}}, 3^{3^{3^2}}$ برای گزینه ۴ می توان گفت: $3^{3^{3^3}} < 3^{3^{3^2}} = (3^5)^3 = 3^{20}$ برای گزینه ۳ می توان گفت: $3^{3^{3^3}} = 3^{3^3} \times 11^{3^3} < 3^{3^3} \times 27^{3^3} = (3^4)^{3^3} = 3^{132}$ در گزینه ۱ و ۲ چون پایه ها مساوی است ، کافی است توانها را با استدلالی مشابه بالا می توان ثابت کرد که گزینه ۱ عدد بزرگ تری است پس گزینه ۱ صحیح است	
در شکل مقابل ضلع هر مربع ۲ سانتی متر است ، شعاع دایره چقدر است؟ (چهار رأس ۳ مربع روی دایره قرار دارند)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{5\sqrt{17}}{8}$ (۴)	۵۰
پاسخ مرکز دایره نمی تواند در نقطه A باشد. فرض کنید O مرکز دایره باشد پس $OA = x$ $OB = 2 - x$, $OD = 2 + x$ OBC در مثلث $OC^2 = OB^2 + BC^2 = (2 - x)^2 + 2^2 \Rightarrow R^2 = x^2 - 4x + 8$ OED در مثلث $OE^2 = OD^2 + ED^2 = (2 + x)^2 + 1^2 \Rightarrow R^2 = x^2 + 4x + 5$ $x^2 + 4x + 5 = x^2 - 4x + 8 \Rightarrow 8x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{8}$ $R^2 = x^2 + 4x + 5 = \frac{9}{64} + \frac{3}{2} + 5 = \frac{9+96+320}{64} = \frac{425}{64} \Rightarrow R = \frac{5\sqrt{17}}{8}$ گزینه ۴ صحیح است	